

1. 重回帰分析の概要

重回帰分析とは、目的変数 Y (結果) と、それに影響を与える幾つかの説明変数 X_1, X_2, \dots, X_p (原因) から次の予測モデル式を作成するものです。

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_pX_p + a_0$$

(a_i (1 i p) : 回帰係数、 a_0 : 定数項)

この重回帰式 Y を解くことによって得られる予測値と実測値から、

$$\text{寄与率 } R^2 = \frac{\text{予測値の分散}}{\text{実測値の分散}}$$

が求められ、重回帰の当てはまりの良さを示す尺度とします。また、寄与率の平方根 R を重相関係数と呼びます。

さらに、重回帰分析においては、目的変数 Y と説明変数 X_i の偏相関係数 r_{yi} が計算されます。偏相関係数とは、 X_i 以外の説明変数の影響を取り除いたときの Y と X_i との相関係数です。

説明変数がひとつのときを特に単回帰と呼び、地下水位と降雨量の回帰分析はこれに相当します。

2. 分析方法

分析は、地下水位を目的変数 (Y) とし、説明変数 (X) としては、観測期間に対応する日降雨量を換算して得られた実効雨量を使用します。

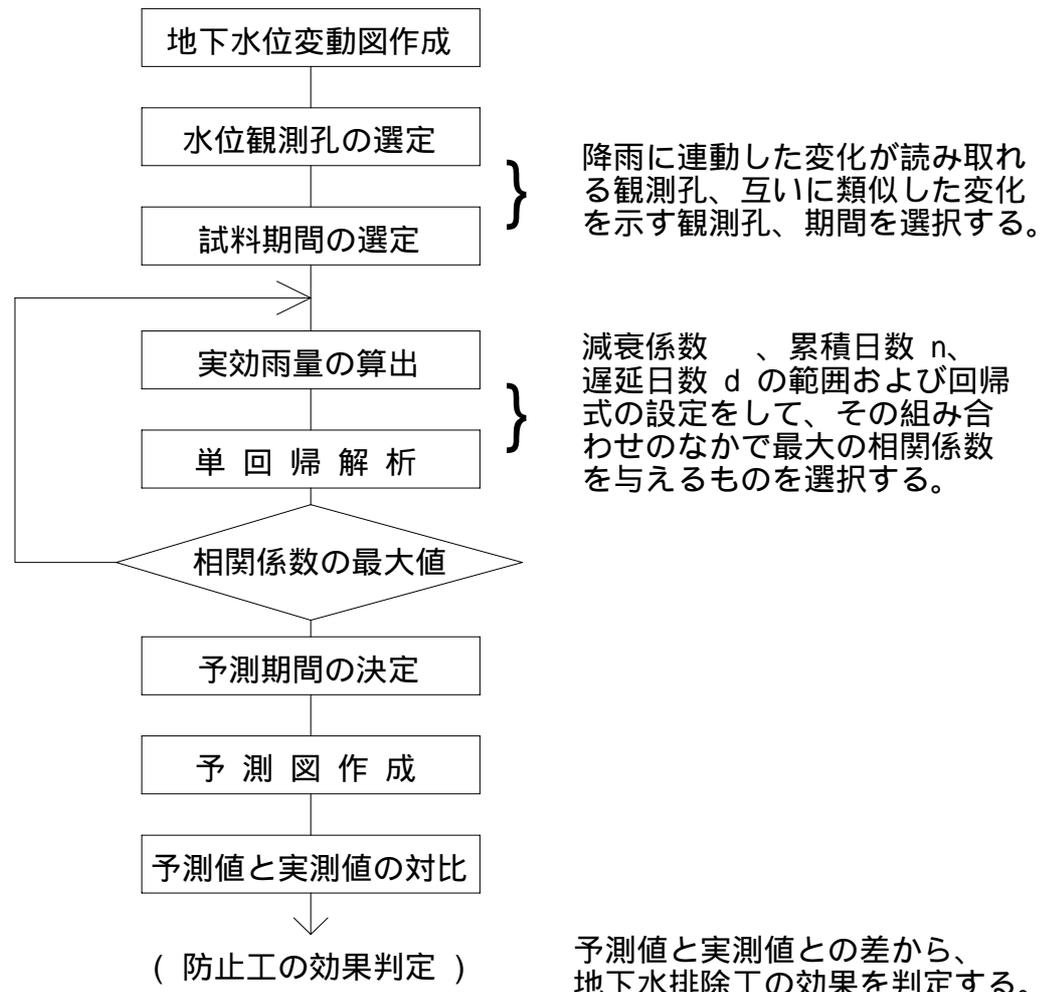
今回の解析は、説明変数が実効雨量ひとつであるために単回帰分析となります。

なお、降雨量のデータは R-1 を採用しています。

そして、孔内水位のデータは BV-1 を採用しています。

以下に、降雨量と地下水位の単回帰分析のフローチャートを示します。

図 . 単回帰分析フローチャート



3. 分析結果

3.1. 実効雨量の算定

実効雨量とは、過去の降雨の影響が現在にまで及んでいることを表現しようとするもので、次の式で表されます。

$$Q = {}^0R_0 + {}^1R_{-1} + {}^2R_{-2} + \dots + {}^nR_{-n}$$

(Q : 当日の実効雨量、 R_0 : 当日の日雨量、 R_{-n} : n日前の日雨量、 : 減衰係数)

今回の解析では、実効雨量は上記の計算式に基づき、減衰係数、累積日数 n を変化させて、最も高い地下水位の相関性を有するものを採用するものとします。

また、降雨の地下水位への反応の遅れを考慮するため、遅延日数を与えるという概念を導入しました。

3.2. 分析結果

今回の解析に採用した実効雨量は、

減衰係数 () : 0.90

累積日数 (n) : 20日 ~ 30日 (1日 刻みで計算)

遅延日数 (D) : 0日 ~ 10日 (1日 刻みで計算)

の組み合わせの中で、最も大きい相関係数を与えるものにしました。

また回帰解析に用いた式は、直線回帰式および指数回帰式としました。

その結果、最も高い相関性を与える上記組み合わせの値とそのときの相関係数は、以下の通りになります。

地下水位データ	BV-1
データ抽出期間	1998/1/1 ~ 1999/1/17
回帰解析方法	指数回帰解析
相関係数	0.79123
減衰係数	= 0.90
累積日数	n = 30日
遅延日数	D = 2日

4. まとめ

回帰分析の結果をまとめると以下ようになります。

3.で算出された相関係数から読み取れることは、地下水位データ BV-1 と降雨量データ R-1 は相関性があるといえます。

(下表参照)

表. 相関性の判定基準

	相関係数 < 0.5	×	相関が見られない
0.5	相関係数 < 0.6		軽微な相関が見られる
0.6	相関係数 < 0.8		相関性が認められる
0.8	相関係数		相関性が高い

< 巻末資料 >

最後に、巻末資料として解析結果をまとめることにします。

相関係数一覧表 (BV-1)

回帰式		n	負水位	d=0	1	2	3	4	5
直線	0.90	20	採用	0.71660	0.71456	0.76844	0.71276	0.68954	0.67775
直線	0.90	21	採用	0.72066	0.71915	0.77127	0.71508	0.69171	0.68000
直線	0.90	22	採用	0.72415	0.72187	0.77382	0.71619	0.69397	0.68162
直線	0.90	23	採用	0.72651	0.72451	0.77486	0.71813	0.69576	0.68034
直線	0.90	24	採用	0.72899	0.72720	0.77691	0.71978	0.69630	0.68265
直線	0.90	25	採用	0.73163	0.72915	0.77858	0.72032	0.69850	0.68366
直線	0.90	26	採用	0.73349	0.73077	0.77980	0.72245	0.69955	0.68348
直線	0.90	27	採用	0.73508	0.73152	0.78217	0.72348	0.69916	0.68550
直線	0.90	28	採用	0.73592	0.73267	0.78346	0.72321	0.70013	0.68699
直線	0.90	29	採用	0.73653	0.73393	0.78382	0.72366	0.70155	0.69170
直線	0.90	30	採用	0.73764	0.73467	0.78426	0.72492	0.70578	0.69187
指数	0.90	20	除外	0.71940	0.71844	0.77545	0.70519	0.68135	0.66734
指数	0.90	21	除外	0.72355	0.72294	0.77815	0.70749	0.68353	0.66952
指数	0.90	22	除外	0.72696	0.72556	0.78074	0.70862	0.68573	0.67111
指数	0.90	23	除外	0.72921	0.72825	0.78179	0.71051	0.68749	0.66978
指数	0.90	24	除外	0.73174	0.73096	0.78379	0.71212	0.68796	0.67208
指数	0.90	25	除外	0.73440	0.73287	0.78547	0.71260	0.69014	0.67303
指数	0.90	26	除外	0.73623	0.73451	0.78669	0.71472	0.69114	0.67277
指数	0.90	27	除外	0.73784	0.73526	0.78911	0.71570	0.69069	0.67485
指数	0.90	28	除外	0.73867	0.73643	0.79039	0.71536	0.69172	0.67640
指数	0.90	29	除外	0.73931	0.73769	0.79071	0.71588	0.69318	0.68168
指数	0.90	30	除外	0.74040	0.73840	0.79123	0.71718	0.69788	0.68189

相関係数一覧表 (BV-1)

回帰式		n	負水位	d=6	7	8	9	10	
直線	0.90	20	採用	0.63052	0.60162	0.55938	0.55458	0.53252	
直線	0.90	21	採用	0.63192	0.60125	0.56205	0.55545	0.53032	
直線	0.90	22	採用	0.63067	0.60380	0.56294	0.55257	0.53242	
直線	0.90	23	採用	0.63293	0.60490	0.56032	0.55441	0.53411	
直線	0.90	24	採用	0.63391	0.60404	0.56225	0.55596	0.54005	
直線	0.90	25	採用	0.63310	0.60590	0.56364	0.56167	0.54155	
直線	0.90	26	採用	0.63491	0.60721	0.56927	0.56312	0.54292	
直線	0.90	27	採用	0.63618	0.61155	0.57073	0.56445	0.55312	
直線	0.90	28	採用	0.64044	0.61217	0.57210	0.57432	0.55367	
直線	0.90	29	採用	0.64061	0.61346	0.58165	0.57447	0.55445	
直線	0.90	30	採用	0.64177	0.62156	0.58178	0.57514	0.55942	
指数	0.90	20	除外	0.61196	0.58306	0.53683	0.53371	0.51279	
指数	0.90	21	除外	0.61329	0.58264	0.53948	0.53448	0.51047	
指数	0.90	22	除外	0.61202	0.58517	0.54028	0.53152	0.51262	
指数	0.90	23	除外	0.61426	0.58618	0.53758	0.53341	0.51436	
指数	0.90	24	除外	0.61516	0.58520	0.53956	0.53501	0.52102	
指数	0.90	25	除外	0.61423	0.58709	0.54100	0.54142	0.52252	
指数	0.90	26	除外	0.61607	0.58843	0.54727	0.54287	0.52391	
指数	0.90	27	除外	0.61737	0.59329	0.54872	0.54421	0.53530	
指数	0.90	28	除外	0.62213	0.59393	0.55011	0.55522	0.53583	
指数	0.90	29	除外	0.62234	0.59523	0.56072	0.55537	0.53653	
指数	0.90	30	除外	0.62350	0.60417	0.56084	0.55598	0.54199	

** BV-1 の重回帰分析 (変量の平均・分散・標準偏差) **

変 量	平 均	分 散	標準偏差	摘 要
log(y)	1.781164	0.011313	0.106364	BV-1
x ₁	62.79888	4054.683	63.67639	実効雨量 (r=0.90, n=30)

試料範囲 1998/1/1 ~ 1999/1/17 (試料数=122)

分散共分散・相関行列

$$\begin{pmatrix} S_y^2 & r_{y1} \\ S_{y1} & S_{x1}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.011313 & 0.791230 \\ -5.358910 & 4054.683 \end{pmatrix}$$

** BV-1 の重回帰分析 (回帰係数の決定) **

重回帰式 $y = \exp(a_1 x_1 + a_0)$

連立方程式

$$4054.683 a_1 = -5.358910$$

$$a_0 = \overline{\log(y)} - \overline{x_1} a_1$$

解析結果

変 量	回帰係数	標準回帰係数	偏相関係数	摘 要
x ₁	-0.001322	0.791230	0.791230	実効雨量 (r=0.90, n=30)
定数	1.864163			

重相関係数	0.791230
寄与率	0.626045